



Electrónica Analógica

Ejercicios

Versión: 2015-10-23

Capítulo 4: **‘Respuesta en frecuencia’**

Referencias:

- Texto base:
- *Apuntes de la asignatura*
 - “*Circuitos Microelectrónicos*”, de Sedra/Smith
 - “*Circuitos Electrónicos. Análisis simulación y diseño*”, de Norbert R. Malik.

Control de versiones

- 2015-10-05: versión inicial. En esta versión se incorpora un código orientativo para la preparación y estudio de los ejercicios. Se tienen las siguientes categorías y recomendaciones (calificadas entre uno y tres asteriscos):
 - **(*) Ejercicios básicos:** estos ejercicios son aconsejables para la primera aproximación a cada una de las secciones de este tema. Sirven como estudio de los conceptos básicos y técnicas de análisis (o diseño) correspondientes.
 - **(**) Ejercicios fáciles:** su resolución necesita de un conocimiento y una capacidad operativa algo más exigente que los ejercicios básicos. Se aconseja abordarlos después de haber alcanzado un cierto grado de soltura con los ejercicios básicos.
 - **(***) Ejercicios complejos:** bien por su longitud, su operativa o por necesitar de conocimientos y destrezas más completos, son los ejercicios más exigentes para los alumnos. No se aconseja abordarlos sin haber conseguido antes un cierto grado de soltura con los ejercicios básicos y fáciles.
- 2015-10-23: se añade el ejercicio 5-bis, en donde se practica la descomposición de la Ganancia en términos más manejables para Alta y Baja frecuencia, solo con los polos y ceros más significativos en cada banda.

Sección 1: Respuesta en frecuencia, conceptos básicos.

RF-1.-(*) La ganancia de corriente de cierto amplificador A responde a la siguiente expresión:

$$A_I(s) = K \cdot \frac{s \cdot (s + 10)}{(s + 1) \cdot (s + 500) \cdot (s + 10^4) \cdot (s + 2 \cdot 10^4)}$$

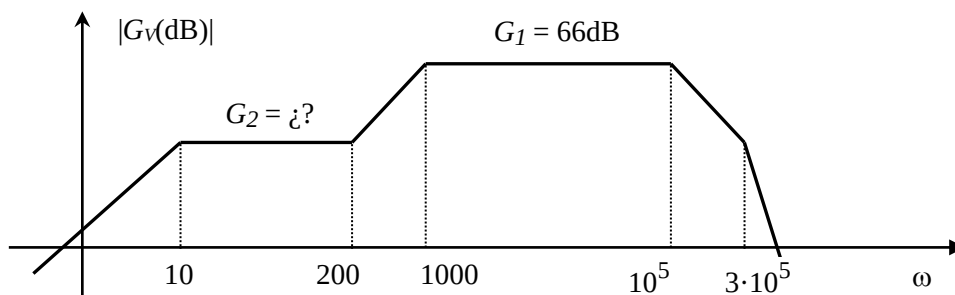
- Represente el diagrama de Bode de dicha función de transferencia, indicando los valores más significativos de la misma (valores de ceros, polos, pendientes y ganancias en todas las transiciones), y obtenga el valor de K necesario para que la ganancia de corriente en frecuencias medias sea igual a -75 (A/A).
- Determine el valor de la frecuencia de corte superior del amplificador A

RF-2.-()** La ganancia de tensión de cierto amplificador A responde a la siguiente expresión:

$$A_V(s) = \frac{3 \cdot 10^{12} \cdot s \cdot (s + 0,1)}{(s + 10) \cdot (s + 2 \cdot 10^2)(s + 2 \cdot 10^5)^2}$$

- Represente el diagrama de Bode de dicha función de transferencia, indicando los valores más significativos de la misma (ceros, polos, pendientes y ganancias en los tramos constantes).
- Suponga que la ganancia en frecuencias medias fuese de 30dB. Reescriba la función de transferencia de tal forma que se pueda identificar claramente la respuesta del amplificador para las bandas de frecuencia bajas, medias y altas: $A_V(s) = H_{BF}(s) \cdot A_m \cdot H_{AF}(s)$
- Determine las frecuencias de corte inferior y superior y el ancho de banda, todo ello en Hz.

RF-3.-(*) La figura muestra, esquemáticamente, el diagrama de Bode del módulo de la ganancia de un amplificador de tensión dado:



Sabiendo que todos los polos y ceros de la función son simples, se desea conocer:

- Complete el gráfico de la figura añadiendo los siguientes datos: para cada ω_i de interés, cuáles son polos (x) y cuáles son ceros (o); las pendientes en cada tramo; y el valor de la ganancia G_2 para ω entre 10 y 200 rad/s.
- Obtenga la función analítica correspondiente a la ganancia, $G_V(s)$, del amplificador.
- Calcule, de forma exacta, la frecuencia de corte superior de G_V , en Hz, utilizando para ello, **sólo** aquellos polos y/o ceros que sean significativos en la banda de frecuencia considerada

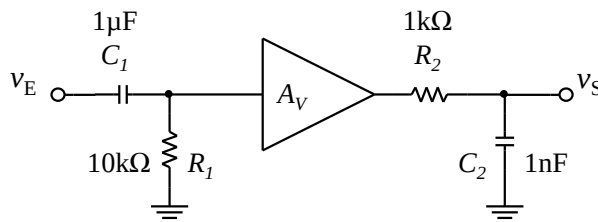
RF-4.-()** Sobre el circuito de la figura adjunta:

- Obtenga y represente la ganancia de tensión, $G_V = (v_S / v_E)$ en función de ω , del circuito de la figura. Indique adecuadamente todos los valores significativos (polos, ceros, pendientes y valor de la ganancia en los tramos constantes, etc.)
- Si se deseara que la frecuencia de corte superior fuese de 10kHz ¿qué resistor habría que modificar y cuál sería su nuevo valor?

Datos: $A_m = +100$ (V/V)

$R_i = 10 \text{ k}\Omega$

$R_o = 1 \text{ k}\Omega$



RF-5.-(*) Un cierto amplificador tiene la siguiente respuesta en frecuencia:

$$A_V(s) = \frac{K \cdot s^3 \cdot (s + 2 \cdot 10^4)}{(s + 0,5)(s + 1)(s + 20)(s + 10^3)(s + 10^5)}$$

- Se sabe que la ganancia en medias es $A_m = -650$ (V/V). Con este dato, represente la respuesta aproximada en un diagrama de Bode. Indique todos los valores significativos: polos, ceros, pendientes y valor de la ganancia en el/los tramo/s donde sea constante.
- ¿Cuáles son las frecuencias de corte superior e inferior, f_H y f_L ?
- Determine cuál debe ser el valor de la constante K para que la ganancia en frecuencias medias sea la especificada de -650 (V/V).

RF-5-bis.-(*) La ganancia de tensión de cierto amplificador responde a la siguiente expresión:

$$A_V(s) = K \cdot \frac{s^2 \cdot (s + 20)}{(s + 1) \cdot (s + 5) \cdot (s + 200) \cdot (s + 3 \cdot 10^4) \cdot (s + 5 \cdot 10^5)}$$

- Represente el diagrama de Bode de dicha ganancia, indicando los valores más significativos de la misma (valores de ceros, polos, pendientes y ganancias en todas las transiciones), y obtenga el valor de K necesario para que la ganancia en frecuencias medias sea igual a 100dB.
- Determine el valor de las frecuencias de corte del amplificador (en Hz).

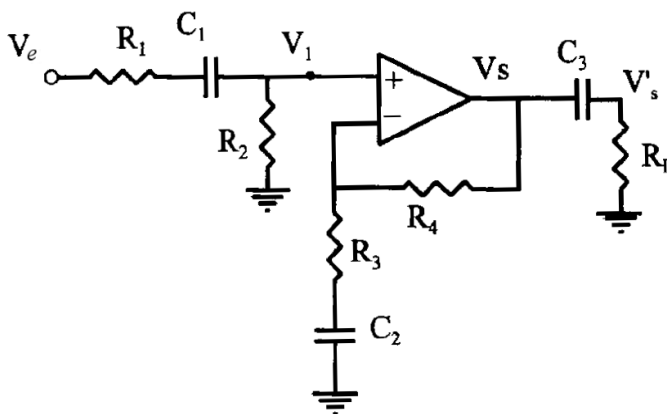
Para manejar mejor la función de transferencia global $A_V(s)$, se suele trabajar con expresiones apropiadas para la banda de trabajo de interés. Obtenga:

- La expresión $A_{VH}(s)$ adecuada para identificar la ganancia para la banda de alta frecuencia.
- La expresión $A_{VL}(s)$ adecuada para identificar la ganancia en la banda de baja frecuencia.

Sección 2.-Respuesta en frecuencia de circuitos con AOs Ideales

RF-6.-(*) En el circuito de la siguiente figura, se muestra un amplificador construido con un AO ideal al que se le conectan un generador y una carga mediante las capacidades C_1 y C_3 , respectivamente.

- Obtenga, de forma independiente, las ganancias parciales (V_1/V_e) , (V_s/V_1) y (V_s'/V_s) , en función de (s) .
- A la vista del resultado anterior, obtenga la ganancia de tensión total $G_V(s) = (V_s'/V_e)(s)$ y la representación del módulo de la misma en un diagrama de Bode.



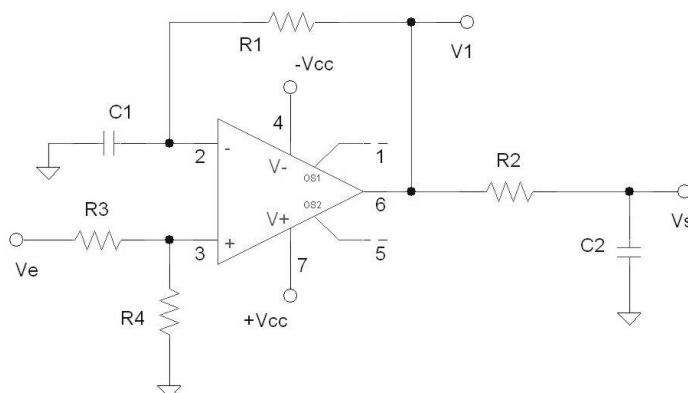
RF-7.-(*) Dado el circuito de la figura adjunta:

DATOS

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1\text{k}\Omega$$

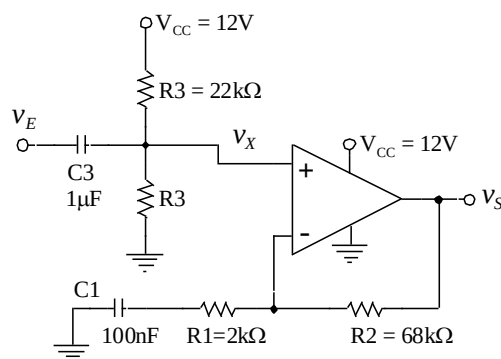
$$C_1 = 10\text{nF}; C_2 = 1\mu\text{F}$$

- Obtenga las expresiones de las ganancias de tensión parciales $G_1(\omega) = (V_s/V_1)$ y $G_2(\omega) = (V_1/V_e)$.
- Represente en un diagrama de Bode el módulo de la ganancia de tensión total: $G_T(\omega) = (V_s/V_e)(\omega)$.

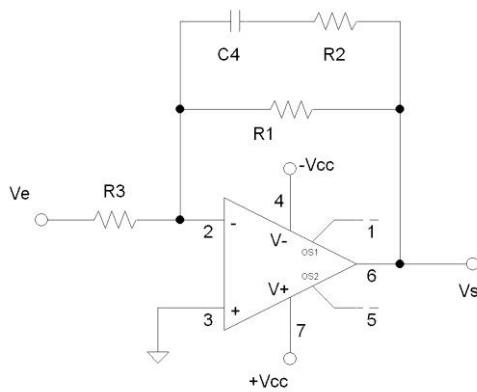


RF-8.-(*)** El circuito de la figura es útil para construir un amplificador en señal variable con una sola fuente de alimentación y operacionales; note que este último está alimentado entre V_{CC} y masa. Considérese a dicho operacional de características ideales.

- Exclusivamente para señal variable (AC) obtenga la función de transferencia $G_1(s) = (v_x/v_e)(s)$. Realice un diagrama de Bode de esta función y obtenga su frecuencia de corte f_{C1}
- Obtenga la función de transferencia $G_2(s) = (v_s/v_x)(s)$. Haga un diagrama de Bode de la misma y obtenga su frecuencia de corte f_{C2}
- Si $v_E(t) = -0.5 + 0.1 \sin(10^5 \cdot t)$ V, represente la señal obtenida en la salida, $v_s(t)$.



RF-9.-(*) Sobre el diseño dado a continuación, con los datos que se indican, se desea conocer:

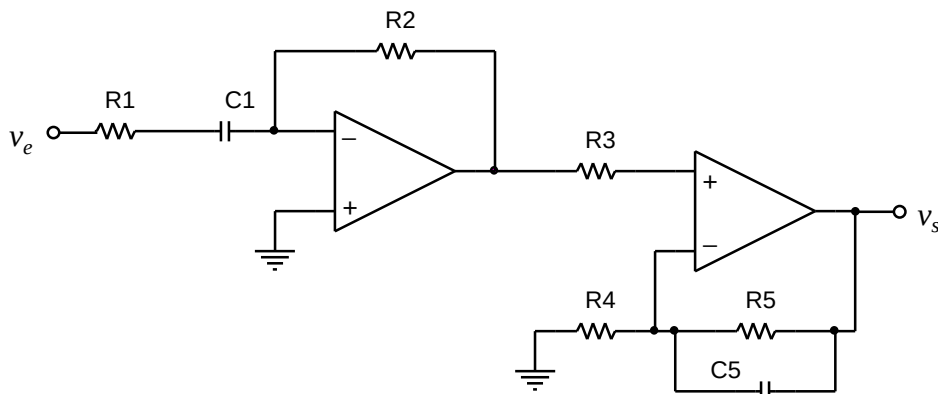


DATOS:

$R1 = R2 = 10R3 = 10k\Omega$; $C4 = 10nF$; AO, ideal.

- Expresión de la ganancia $G_V(\omega) = (V_s / V_e)(\omega)$ del diseño expuesto, en términos de Bode
- Representación gráfica en diagramas de Bode (módulo y fase), indicando los valores significativos del mismo.
- Obtener el valor de la frecuencia de corte del sistema.

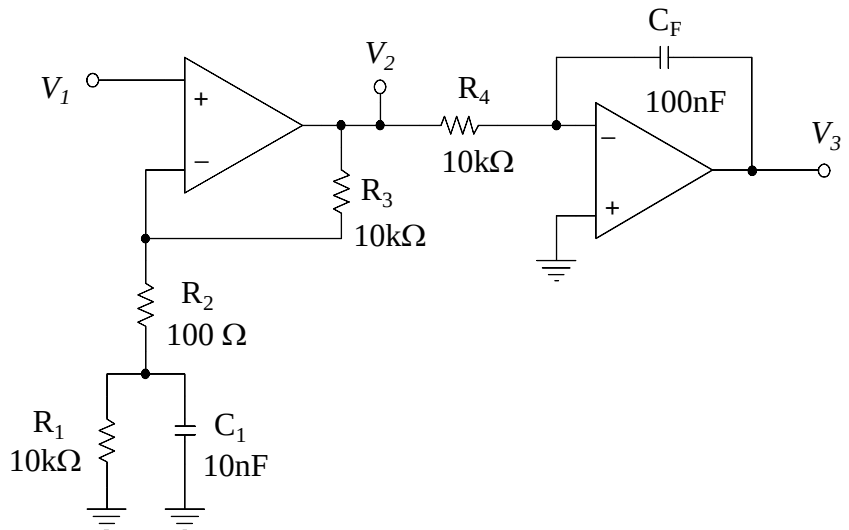
RF-10.-()** En el circuito de la figura siguiente pueden suponerse ambos amplificadores operacionales ideales.



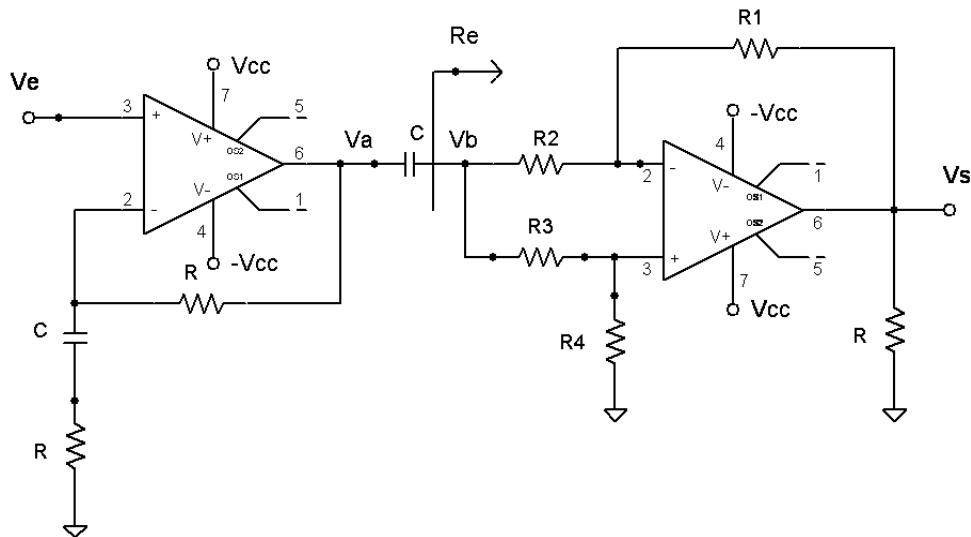
- Obténgase la ganancia de tensión $A_V(j\omega) = (V_s / V_e)(\omega)$. Indíquese el valor de los polos y ceros en función de los valores de los componentes pasivos.
- Se sabe que $R2=R3=R5=10k\Omega$; $R1=R4=1k\Omega$; $C1=100nF$. Represéntese el diagrama de Bode para la ganancia de tensión $(V_s / V_e)(\omega)$, indicando todos los valores significativos y particularmente la ganancia exacta para $\omega=10^4$ rad/s, en los dos casos siguientes:
 - Si $C5 = 1nF$.
 - Si $C5 = 2\mu F$.

RF-11.-()** En el circuito de la figura adjunta, ambos operacionales son de ideales y están alimentados simétricamente con $\pm 10V$.

- Obtenga la ganancia de la primera etapa, $A_1(s) = (V_2/V_1)$, en Laplace. Construya el diagrama de Bode correspondiente, indicando los valores de polos, ceros y ganancias en los puntos y/o tramos de interés.
- Obtenga la ganancia de la segunda etapa, $A_2(s) = (V_3/V_2)$, y la total, $A_T(s) = (V_3/V_1)$. Construya el diagrama de Bode de este último resultado (la ganancia total, $A_T(s)$), con las mismas indicaciones que en el apartado anterior.



RF-12.-(*)** En el circuito de la figura siguiente, ambos A.O's son ideales. Obtenga:



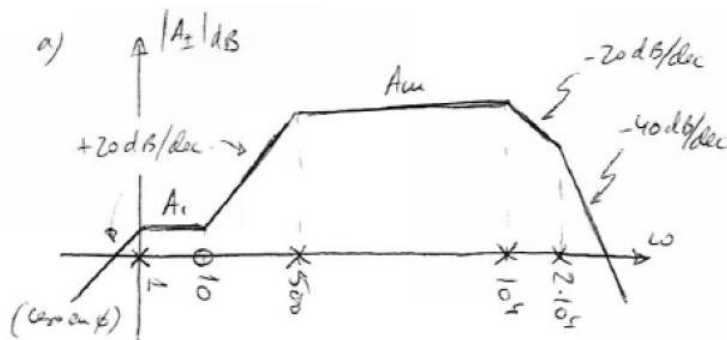
- Ganancias parciales de tensión: $G_{V1} = (Vs/Vb)$ y $G_{V2} = (Va/Ve)$
- Expresión de la resistencia de entrada Re , indicada en la figura
- Expresión de la ganancia de tensión total: $G_{VT} = (Vs/Ve)(\omega)$. Represente en Bode el módulo de la misma, indicando puntos significativos y pendientes, trabajando con $Re \gg R$

Capítulo 4: **‘Respuesta en frecuencia’**

Soluciones a los ejercicios propuestos

Sección 1: Respuesta en frecuencia, conceptos básicos.

RF-1.



En $\omega=1 \rightarrow |A_{dB}| \approx A_1 = 3'52 \text{ dB}$

$$A_m = 20 \lg |75| = 37'5 \text{ dB}$$

$$A_1 = 37'5 \text{ dB} + 20 \frac{\text{dB}}{\text{dec}} \lg \frac{10}{500} = 3'52 \text{ dB}$$

#dec = -1'7

En medias ($500 < \omega < 10^4$):

$$A_m = \left| K \frac{s \cdot s}{s \cdot s \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^4} \right|_{s=\omega} = \frac{K}{2 \cdot 10^8} = 75$$

$$\hookrightarrow K = 75 \cdot 2 \cdot 10^8 = 1'5 \cdot 10^{10}$$

b) Alrededor de ω_H sólo son significativos los polos más altos $\left. \begin{array}{l} \omega_{p3} = 10^4 \\ \omega_{p4} = 2 \cdot 10^4 \end{array} \right\}$
 Como ninguno de ellos es dominante, calcularemos ω_H
 sabiendo que:

$$|A(\omega_H)| \approx \left| \frac{A_m}{(1 + j \frac{\omega_H}{10^4})(1 + j \frac{\omega_H}{2 \cdot 10^4})} \right| = \frac{A_m}{\sqrt{1 + (\frac{\omega_H}{10^4})^2} \sqrt{1 + (\frac{\omega_H}{2 \cdot 10^4})^2}} = \frac{A_m}{\sqrt{2}}$$

Elevando al cuadrado:

$$2 = \left(1 + \frac{\omega_H^2}{10^8}\right) \cdot \left(1 + \frac{\omega_H^2}{4 \cdot 10^8}\right) \rightarrow \omega_H^2 = x \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 8 \cdot 10^{16} \\ 2 \cdot a \cdot b \end{array} \right\} = \left(\begin{array}{l} 10^8 \\ a \end{array} + x \right) \left(\begin{array}{l} 4 \cdot 10^8 \\ b \end{array} + x \right) \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + (a+b)x + a \cdot b - 2 \cdot a \cdot b = 0 \\ x^2 + (a+b)x - a \cdot b = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 + 5 \cdot 10^8 x - 4 \cdot 10^{16} = 0$$

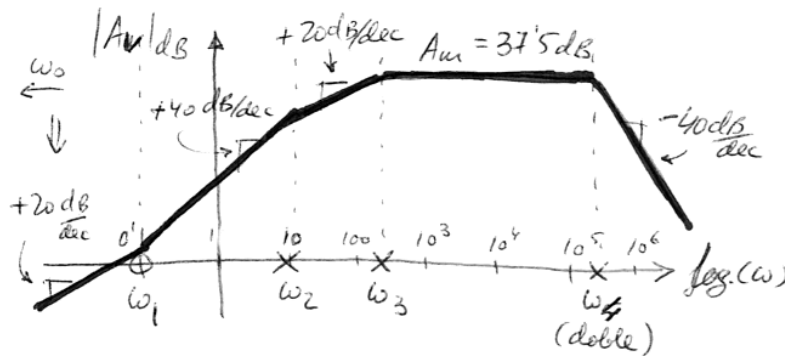
$$\hookrightarrow x = 7'015 \cdot 10^7$$

$$\hookrightarrow \omega_H = \sqrt{x} = 8'37 \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{de donde: } f_H = \frac{\omega_H}{2 \cdot \pi} = \frac{8'37 \cdot 10^3}{2 \cdot \pi} \text{ Hz} = \underline{\underline{1333 \text{ Hz}}}$$

RF-2.

- a) $A_v(s)$ tiene dos ceros y cuatro polos:
- | | |
|---|--|
| $\left\{ \begin{array}{l} \text{ceros} \left\{ \begin{array}{l} \omega_0 \rightarrow 0 \text{ (origen)} \\ \omega_1 \rightarrow 0.1 \end{array} \right. \\ \text{polos} \left\{ \begin{array}{l} \omega_2 \rightarrow 10 \\ \omega_3 \rightarrow 2 \cdot 10^2 \\ \omega_4 \rightarrow 2 \cdot 10^5 \text{ (doble)} \end{array} \right. \end{array} \right.$ | |
| | |



Zona de frecuencias

medias:

$$2 \cdot 10^2 < \omega < 2 \cdot 10^5$$

3 décadas

$$A_m \rightarrow A_v(s) \Big|_{\substack{S > 2 \cdot 10^2 \\ S < 2 \cdot 10^5}} \approx \frac{3 \cdot 10^{12} \cdot S \cdot S}{S \cdot S \cdot (2 \cdot 10^5)^2} = \frac{3 \cdot 10^{12}}{4 \cdot 10^{10}} = 75$$

$$\boxed{|A_v|_{dB} = 20 \log |75| = 37.5 \text{ dB}}$$

- b) $A_v(s) = H_{BF}(s) \cdot A_m \cdot H_{AF}(s)$
- $\left\{ \begin{array}{l} \text{polos y ceros arriba de } A_m \rightarrow (1 + \frac{s}{a}) \\ \text{polos y ceros debajo de } A_m \rightarrow (s + a) \end{array} \right.$

Por tanto:

$$A_v(s) = \frac{s(s+0.1)}{(s+10)(s+2 \cdot 10^2)} \cdot A_m \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{2 \cdot 10^5}\right)^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{VBF} = \frac{A_m s(s+0.1)}{(s+10)(s+2 \cdot 10^2)} \\ A_{VAF} = A_m \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{2 \cdot 10^5}\right)^2} \end{array} \right.$$

- c) $f_L \rightarrow \omega_3$ es polo dominante $\Rightarrow \boxed{f_L = \frac{\omega_3}{2\pi} = \frac{2 \cdot 10^2}{2\pi} = 21.23 \text{ Hz}}$

$f_H \rightarrow \omega_4$ no es dominante (doble) $\rightarrow$ hay que calcularla.

$$|A(\omega_H)| = \frac{A_m}{\sqrt{2}} = \left| \frac{A_m}{\left(1 + j \frac{\omega_H}{2 \cdot 10^5}\right)^2} \right| \rightarrow \sqrt{2} = \left(\sqrt{1^2 + \left(\frac{\omega_H}{2 \cdot 10^5}\right)^2} \right)^2$$

Cambio de variable: $(\omega_H / 2 \cdot 10^5) = x \rightarrow \sqrt{2} = (1 + x^2)$

Resolviendo: $x = \sqrt{\sqrt{2} - 1} = 0.64 \rightarrow \omega_H = 0.64 \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ rad/s} = 1.28 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$

$$\boxed{f_H = \frac{\omega_H}{2\pi} = 20.500 \text{ Hz}}$$

Ancho de Banda: (Band width)

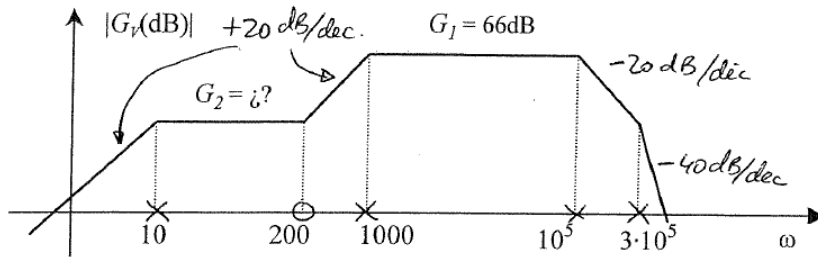
$$BW = f_H - f_L = 20.5 \text{ kHz} - 21.2 \text{ Hz} \approx 20.500 \text{ Hz}$$

NOTA:

Este ancho de banda es el convencional de "audio": 20 Hz - 20 kHz

RF-3.

La figura muestra, esquemáticamente, el diagrama de Bode del módulo de la ganancia de un amplificador de tensión dado:



Nota: todos los polos y ceros de la función son simples.

- a) Complete el gráfico de la figura añadiendo los siguientes datos: para cada ω_i de interés, cuáles son polos (x) y cuáles son ceros (o); las pendientes en cada tramo; y el valor de la ganancia G_2 para ω entre 10 y 200 rad/s.

Sobre el gráfico se han marcado pendientes, polos (x) y ceros (o).
 Para hallar G_2 , usamos la pendiente conocida y G_1 .
 $\frac{\Delta G}{\Delta \omega} = 20 \text{ dB/dec} \rightarrow \boxed{G_2 = G_1 - 20 \text{ dB/dec} \cdot \lg \frac{\omega_1}{\omega_2} = 52 \text{ dB}}$

- b) Obtenga la función analítica correspondiente a la ganancia, $G_v(s)$, del amplificador.

Se tiene 1 cero en el origen y otro en 200. Hay polos en 10, 10^3 , 10^5 y $3 \cdot 10^5$.

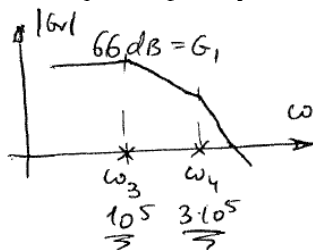
$$G_v(s) = K \cdot \frac{s(s+200)}{(s+10)(s+1000)(s+10^5)(s+3 \cdot 10^5)}$$

Para hallar K usamos (por ejemplo) el valor G_1 .

$$G_1 = |G_v(\omega)|_{10^3 < \omega < 10^5} \approx \left| K \frac{s(s+200)}{(s+10)(s+10^3)(s+10^5)(s+3 \cdot 10^5)} \right| = \left| K \cdot \frac{s^2}{s^2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^5} \right| = 10^{\frac{66}{20}}$$

Despejando K , se tiene el valor que falta de $G_v(s) \Rightarrow \boxed{K \approx 6 \cdot 10^{13}}$

- c) Calcule, de forma exacta, la frecuencia de corte superior de G_v , en Hz. (**NOTA:** utilice para el cálculo sólo aquellos polos y/o ceros que sean significativos en la banda de frecuencia considerada).



La zona interesante en alta frecuencia se muestra en el gráfico adjunto: sólo son significativos los polos $\omega_3 = 10^5$ y $\omega_4 = 3 \cdot 10^5$.

Como $\omega_3 < 10\omega_4 \Rightarrow \omega_3$ no es dominante y la frec. de corte sólo se puede determinar mediante el cálculo.

Tomando sólo los términos ω_3 y ω_4 (alta frecuencia) la función $G_v(s)$

queda: $G_v(s)|_{HF} = G_1 \frac{1}{(1 + \frac{s}{\omega_3})(1 + \frac{s}{\omega_4})}$ ¡ojo con la forma de $G_v(s)|_{HF}$!
 Se puede fijar tomando $G_v(s)|_{\omega > 10^3}$

La frecuencia de corte es:

$$|G_v(\omega_H)| = \left| \frac{G_{vm}}{\sqrt{2}} \right| = \frac{G_1}{\sqrt{2}} \quad \text{y} \quad |G_v(\omega_H)|_{HF} = \frac{2000}{\sqrt{1 + (\frac{\omega_H}{\omega_3})^2} \sqrt{1 + (\frac{\omega_H}{\omega_4})^2}} = \frac{2000}{\sqrt{2}}$$

Sólo resta operar para obtener el valor de la frecuencia de corte, ω_H :

$$\sqrt{Z} = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_H}{\omega_3}\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_H}{\omega_4}\right)^2}$$

Haciendo los siguientes cambios de variable, la ecuación es más manejable:

$$2\omega_3^2 \cdot \omega_4^2 = (\omega_3^2 + \omega_H^2)(\omega_4^2 + \omega_H^2) \quad \left\{ \begin{array}{l} a = \omega_3^2, \quad b = \omega_4^2, \quad x = \omega_H^2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 2ab = (a+x)(b+x)$$

$$x^2 + (a+b)x - ab = 0$$

$$x^2 + (10^{11})x - 9 \cdot 10^{20} = 0$$

$$x = \frac{-10^{11} \pm \sqrt{10^{22} + 36 \cdot 10^{20}}}{2}$$

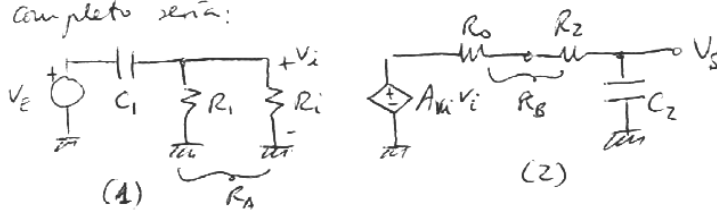
$\Downarrow$

$$\omega_H = \sqrt{x} = 9.1 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$$

RF-4.

Ⓐ

El cto equivalente completo sería:



$$\left. \begin{array}{l} R_A = (R_1 \parallel R_L) = 5 \text{ k}\Omega \\ R_B = R_0 + R_2 = 2 \text{ k}\Omega \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} V_S = A_m \cdot V_i \cdot \frac{Z_{C2}}{Z_{C2} + R_B} \\ V_i = V_E \cdot \frac{R_A}{R_A + Z_{C1}} \end{array} \right\} \Rightarrow G_V = \frac{V_S}{V_E} = \frac{R_A}{R_A + Z_{C1}} \cdot A_m \cdot \frac{Z_{C2}}{R_B + Z_{C2}}$$

(1) Estructura paso-alto
(2) Estructura paso-bajo

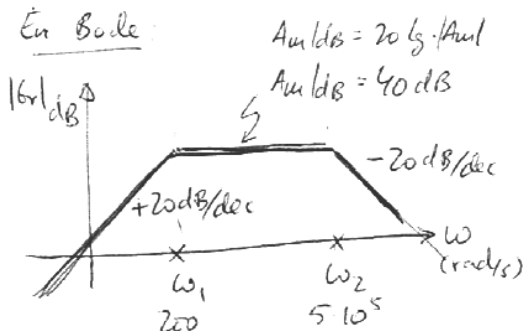
operando ò directamente $G_V = \frac{S}{S + \omega_1} \cdot A_m \cdot \frac{1}{1 + S/\omega_2}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = \frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{R_A \cdot C_1} \\ \omega_2 = \frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{R_B \cdot C_2} \end{array} \right.$$

$$\tau_1 = 5 \cdot 10^3 \Omega \cdot 10^{-6} \text{ F} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad \Leftrightarrow \quad \omega_1 = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} \text{ rad/s} = 200 \text{ rad/s} \quad \Leftrightarrow \quad 31.8 \text{ Hz}$$

$$\tau_2 = 2 \cdot 10^3 \Omega \cdot 10^{-9} \text{ F} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ s} \quad \Leftrightarrow \quad \omega_2 = \frac{1}{2 \cdot 10^{-6}} \text{ rad/s} = 5 \cdot 10^5 \text{ rad/s} \quad \Leftrightarrow \quad 79.6 \text{ kHz}$$

En Bode:



Ⓑ Como ω_1 y ω_2 son dominantes

$$\omega_H = \frac{\omega_2}{\tau_2} = 79.6 \text{ kHz}$$

Se desea cambiar $\omega_H \rightarrow \omega_H' = 10 \text{ kHz}$.

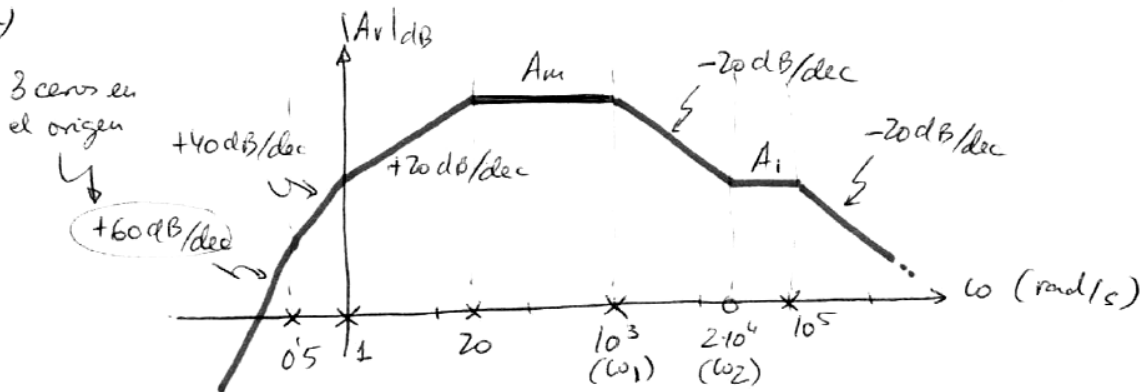
Por lo tanto, hay que cambiar ω_2 (τ_2).

$$\omega_2' = 2\pi \cdot 10 \text{ kHz} = \frac{1}{\tau_2'} = \frac{1}{R_B' \cdot C_2} \rightarrow R_B' = \frac{1}{\omega_2' \cdot C_2} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^4 \cdot 10^{-9} \text{ F}} = 15'9 \text{ k}\Omega$$

y como $R_B' = R_0 + R_2'$
 $\uparrow$ $\uparrow$
 fija = 1 k Ω la que podemos cambiar $\Rightarrow R_2' = R_B' - R_0 = 14'9 \text{ k}\Omega$

RF-5.

a)



$$A_m = 20 \lg |-650| = \underline{56'25 \text{ dB}}$$

$$A_i = A_m - m \cdot \# \text{dec} = 56'25 - 20 \frac{\text{dB}}{\text{dec}} \cdot \lg \frac{\omega_2}{\omega_1} \text{ dec} = (56'25 - 20 \cdot 1'3) \text{ dB} = \underline{30'25 \text{ dB}}$$

b) Tenemos polos dominantes a ambos lados de A_m . Por consiguiente: $\omega_L = 20 \text{ rad/s}$; $\omega_H = 10^3 \text{ rad/s}$.

Como me piden frecuencia: $f = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow f_L = \frac{20}{2\pi} = \underline{3'18 \text{ Hz}}$; $f_H = \frac{10^3}{2\pi} = \underline{159 \text{ Hz}}$

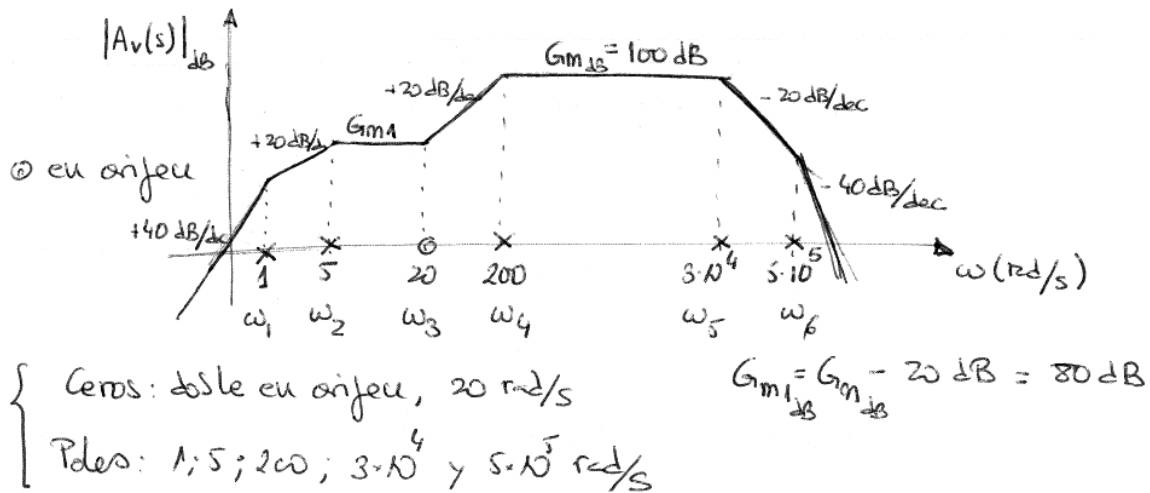
c) A_m se da para $20 < \omega < 10^3$. Por tanto:

$$A_m = A_v(s) \Big|_{20 < \omega < 10^3} \approx \frac{K \cdot s^3 \cdot (2 \cdot 10^4)}{(s) \cdot (s) \cdot (s) \cdot 10^3 \cdot 10^5} = K \cdot \frac{2 \cdot 10^4}{10^8} = -650 \text{ (V/V)}$$

despejando: $K = - \frac{650}{2 \cdot 10^{-4}} = \underline{-32'5 \cdot 10^5 \text{ (V/V)}}$ (op al signo !!)

RF-5-bis.

a).-



$$\begin{aligned}
 \rightarrow A_v(s) &= \frac{K}{\omega_5 \cdot \omega_6} \frac{s^2 (s + \omega_3)}{(s + \omega_1)(s + \omega_2)(s + \omega_4) \left(1 + \frac{s}{\omega_5}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_6}\right)} \\
 G_m \rightarrow G_{m1dB} &= 100 \text{ dB} = 20 \log G_m \Rightarrow G_m = 10^5 = \frac{K}{\omega_5 \cdot \omega_6} \\
 \Rightarrow K &= 10^5 \times 3 \cdot 10^4 \times 5 \cdot 10^5 = 15 \cdot 10^{14} (\text{rad/s})^{-2}
 \end{aligned}$$

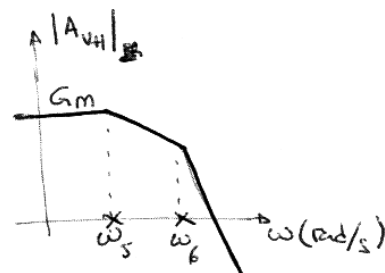
b).- Dado que tenemos sendos polos dominantes, la respuesta es inmediata en ambos casos:

$$\omega_{CL} = 200 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow f_{CL} = 32 \text{ kHz} \quad \omega_{CH} = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow f_{CH} = 4,78 \text{ kHz}$$

c).-

Banda a altas frecuencias.

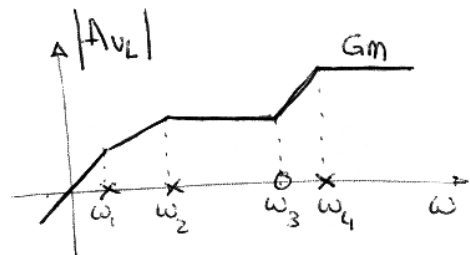
$$A_{vH}(s) \approx G_m \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_5}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_6}\right)}$$



d).-

Banda a bajas frecuencias.

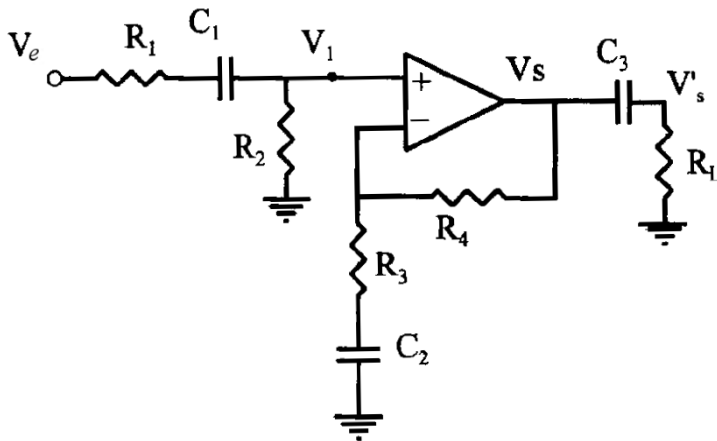
$$A_{vL}(s) \approx G_m \frac{s^2 (s + \omega_3)}{(s + \omega_1)(s + \omega_2)(s + \omega_4)}$$



Recuérdese que, en ambos casos (c y d), para que la constante de la expresión de $G(s)$ coincida con el valor de la ganancia en medias, los binomios de polos y ceros deben ser representados en la función tal y como se indican aquí.

Sección 2.-Respuesta en frecuencia de circuitos con AOs Ideales

RF-6.-



Al no haber efectos de carga, podemos calcular las expresiones de las ganancias parciales y luego hallar la respuesta total como el producto de todas ellas.

De esta forma se tiene:

$$\frac{V'_s}{V_s} = \frac{j\omega}{j\omega + \frac{1}{R_L C_3}} = \frac{j\omega}{j\omega + \omega_4}$$

$$\frac{V_s}{V_1} = \frac{R_3 + R_4}{R_3} \cdot \frac{j\omega + \frac{1}{(R_3 + R_4)C_2}}{j\omega + \frac{1}{R_3 C_2}}$$

$$\frac{V_1}{V_e} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{j\omega}{j\omega + \frac{1}{(R_1 + R_2)C_1}}$$

Con ello la ganancia total será:

$$G_T = \boxed{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_3 + R_4}{R_3}} \cdot \frac{j\omega + \omega_1}{j\omega + \omega_2} \cdot \frac{j\omega}{j\omega + \omega_3} \cdot \frac{j\omega}{j\omega + \omega_4}$$

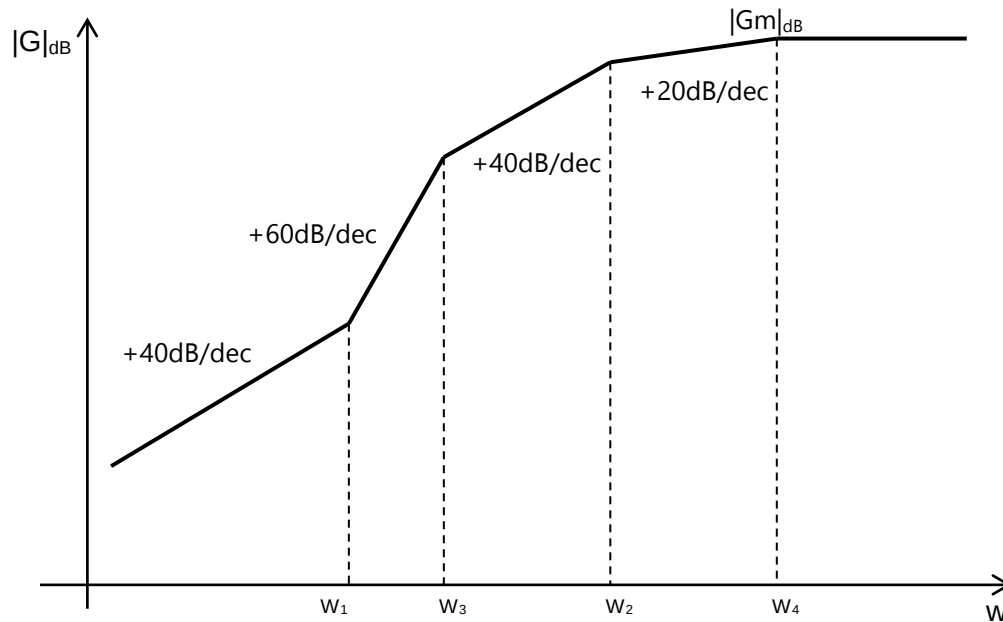
↖ Gm

En donde, aparte de los dos ceros en el origen, se identifican claramente tres polos y un cero en sendas ω_k :

- El polo ω_4 corresponde al efecto del condensador de salida, C_3 . Por su parte, el polo $\omega_3 = [(R_1 + R_2)C_1]^{-1}$ sería el introducido por el condensador de entrada, C_1 . Ambas estructuras son tipo paso-alto de orden 1.
- En el término cero-polo se tienen, identificados como ω_1 y ω_2 , los efectos introducidos por C_2 en la respuesta del amplificador no-inversor.

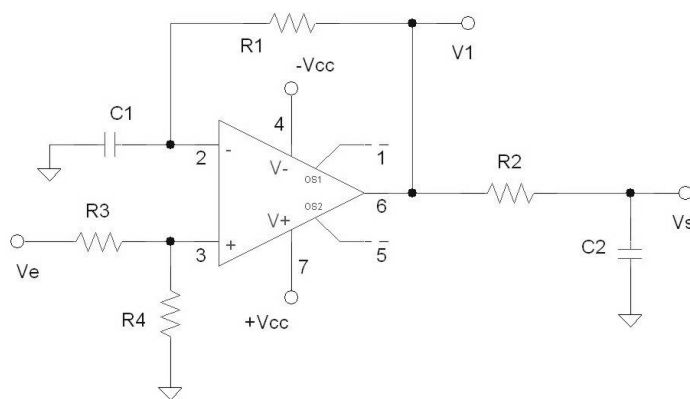
Para determinar la respuesta en frecuencia en Bode, es necesario conocer los valores de los componentes para poder así determinar las diversas ω_k . Lo único seguro es que siempre $\omega_1 < \omega_2$, pues ambas dependen de C_2 y se diferencian en una R adicional en el caso de la expresión de ω_1 .

Como ejemplo, supongamos que: $\omega_1 < \omega_3 < \omega_2 < \omega_4$; en este caso, de izquierda a derecha en el eje $j\omega$ se tendría una distribución tipo: cero $\rightarrow$ polo $\rightarrow$ polo $\rightarrow$ polo. Partiendo de los +40dB/dec debidos a los dos ceros en el origen, los cambios de pendiente de esta distribución es la que se muestra en la figura siguiente.



Para $s \gg$, tendríamos una ganancia constante, que se correspondería con la Ganancia a frecuencias medias.

RF-7.-



DATOS

$$R_1=R_2=R_3=R_4=1\text{k}\Omega$$

$$C_1=10\text{nF}$$

$$C_2=1\mu\text{F}$$

(a).-

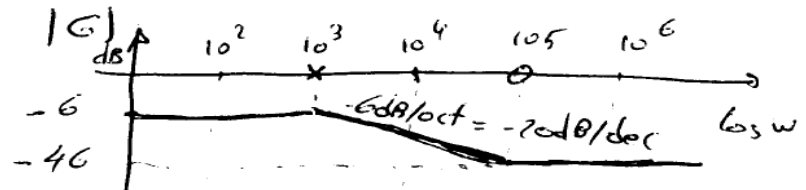
$$\frac{V_s}{V_i} = \frac{\frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{1}{j\omega C_2 R_2 + 1}$$

$$\frac{V_i}{V^+} = 1 + \frac{R_1}{\frac{1}{j\omega C_1}} = 1 + j\omega C_1 R_1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{V_i}{V_e} = \frac{1}{2} (1 + j\omega C_1 R_1) \\ \frac{V^+}{V_e} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

(b).-

$$\frac{V_s}{V_e}(w) = \frac{1}{2} \frac{1 + jw/w_p}{1 + jw/w_0} \quad \left| \quad \begin{aligned} w_0 &= \frac{1}{C_1 R_1} = 10^5 \text{ r/s} \\ w_p &= \frac{1}{C_2 R_2} = 10^3 \text{ r/s} \end{aligned} \right.$$

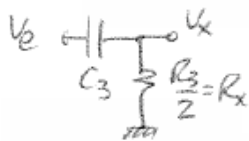
$$20 \log \frac{1}{2} = 6 \text{ dB}$$



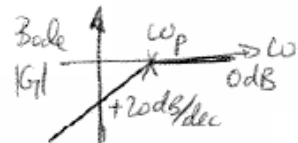
RF 8.-

(a).-

En real vble:

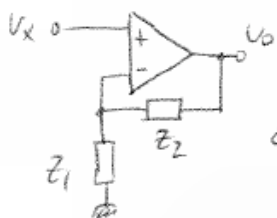


$$V_x = V_e \frac{Z_{R_x}}{Z_{R_x} + Z_{C_3}} \Rightarrow G(s) = \frac{V_x}{V_e} = \frac{R_x}{R_x + \frac{1}{C_3 s}} = \frac{R_x C_3 s}{R_x C_3 s + 1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{cero en } s \\ \text{polo en } \frac{1}{R_x C_3} \end{array} \right.$$



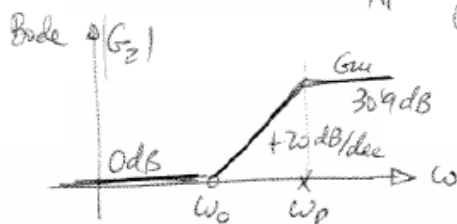
$$w_p = \frac{1}{R_x C_3} = 91 \text{ rad/s} \rightarrow \boxed{f_{c1} = 14.5 \text{ Hz}}$$

(b).-



$$G_2(s) = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_1 R_2}{R_1} \cdot \frac{1 + \frac{1}{C_1 (R_1 + R_2) s}}{1 + \frac{1}{C_1 R_1 s}}$$

$$G_m = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 35 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{cero en } w_0 = \frac{1}{C_1 (R_1 + R_2)} = 143 \text{ rad/s} (22 \text{ Hz}) \\ \text{polo en } w_p = \frac{1}{C_1 R_1} = 5000 \text{ rad/s} (795 \text{ Hz}) \end{array} \right.$$



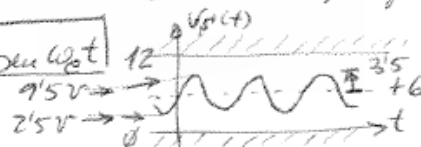
$$\boxed{f_{c2} = \frac{w_p}{2\pi} = 795 \text{ Hz}}$$

(c).-

$w_0 = 10^5 \gg w_{c2} = 5 \cdot 10^3 \rightarrow$ luego la parte variable de $V_o(t)$ está en frecuencias medias.

$\hookrightarrow V_o = G_m \cdot V_e = 35 \cdot 0.1 \text{ V} = 3.5 \text{ V}$; por otro lado $V_E = -0.5 \text{ V}$ no para por C_3 .

$$\text{Por tanto: } \boxed{V_o(t) = V_{DC} + V_s(t) = 6 + 3.5 \sin w_p t}$$



RF-9.-

a).-

Se resuelve fácilmente identificando la configuración como un no-inversor con impedancias generalizadas, $Z(s)$:

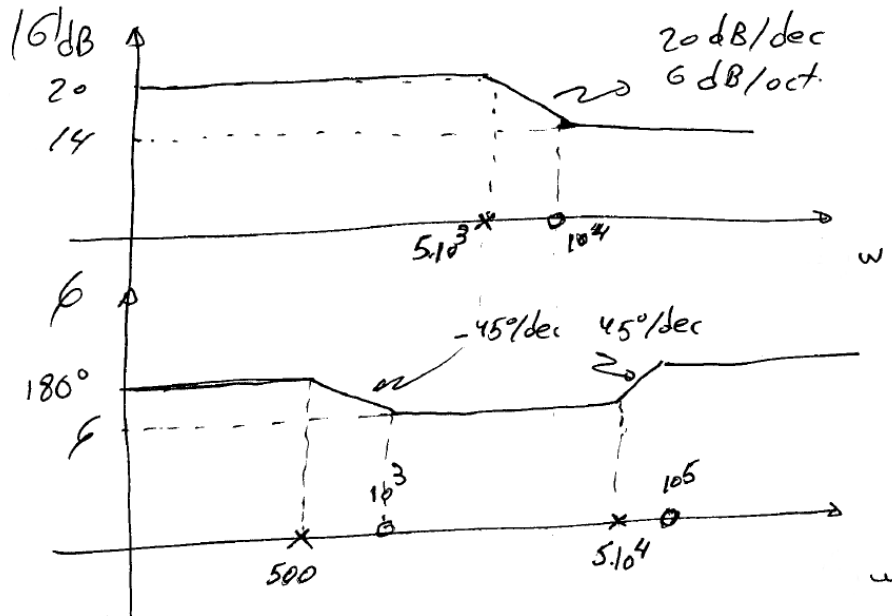
$$\begin{aligned}
 Z &= R_1 \parallel \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_4} \right) = \frac{R_1 \cdot j\omega C_4 R_2 + 1}{j\omega C_4 \left(R_1 + \frac{j\omega C_4 R_2 + 1}{j\omega C_4} \right)} = \frac{R_1 (j\omega C_4 R_2 + 1)}{j\omega C_4 R_1 + j\omega C_4 R_2 + 1} \\
 &= \frac{R_1 (j\omega C_4 R_2 + 1)}{j\omega C_4 (R_1 + R_2) + 1} \Rightarrow \frac{V_s}{V_e} = - \frac{Z}{R_3} = - \frac{R_1}{R_3} \frac{(1 + j\omega C_4 R_2)}{1 + j\omega C_4 (R_1 + R_2)} \\
 &= - \frac{R_1}{R_3} \cdot \frac{1 + j\omega/\omega_0}{1 + j\omega/\omega_p} \left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = \frac{1}{C_4 R_2} = 10^4 \text{ r/s} \\ \omega_p = \frac{1}{C_4 (R_1 + R_2)} = 5 \cdot 10^3 \text{ r/s} \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Comprobamos la corrección del análisis identificando las ganancias en los límites (0 e infinito):

$$\begin{aligned}
 \omega \rightarrow 0 \quad G &\rightarrow - \frac{R_1}{R_3} = -1 \phi \\
 \omega \rightarrow \infty \quad G &\rightarrow - \frac{R_1/R_2}{R_3} = -5
 \end{aligned}$$

(b).-

Representamos el diagrama de Bode (en módulo y fase), indicando los valores significativos del mismo.



$$\Delta \phi = -45^\circ/\text{dec} \cdot \log \frac{500}{10^3} = -45^\circ/\text{dec} \cdot -0,3 \approx -13,5^\circ$$

$$\phi = 180 - 13,5 = 166,5^\circ$$

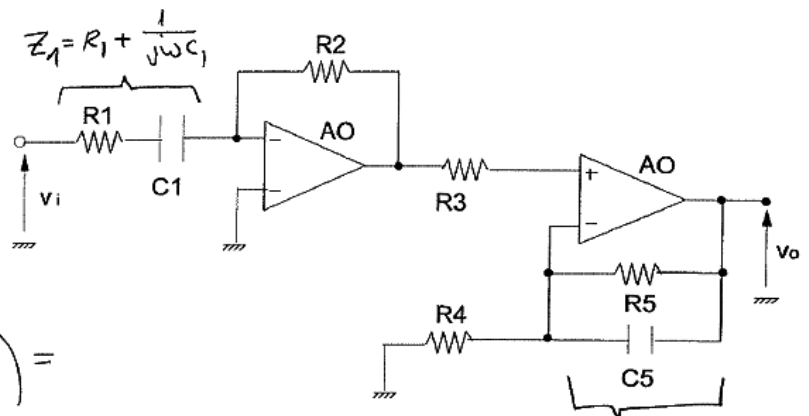
(c).-

$$\begin{aligned}
 f_H &\Rightarrow \frac{R_1}{R_3} \left| \frac{1+j\omega/\omega_0}{1+j\omega/\omega_p} \right| = \frac{R_1}{R_3 \sqrt{2}} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \sqrt{\frac{1+(\frac{\omega_H}{\omega_0})^2}{1+(\frac{\omega_H}{\omega_p})^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 2 \left[1 + \left(\frac{\omega_H}{\omega_0} \right)^2 \right] = 1 + \left(\frac{\omega_H}{\omega_p} \right)^2 \\
 &\Rightarrow \omega_H = \frac{\omega_p \omega_0}{\sqrt{\omega_0^2 - 2\omega_p^2}} = \frac{10^4}{\sqrt{2}} \text{ r/s}
 \end{aligned}$$

RF-10.-

(a).-

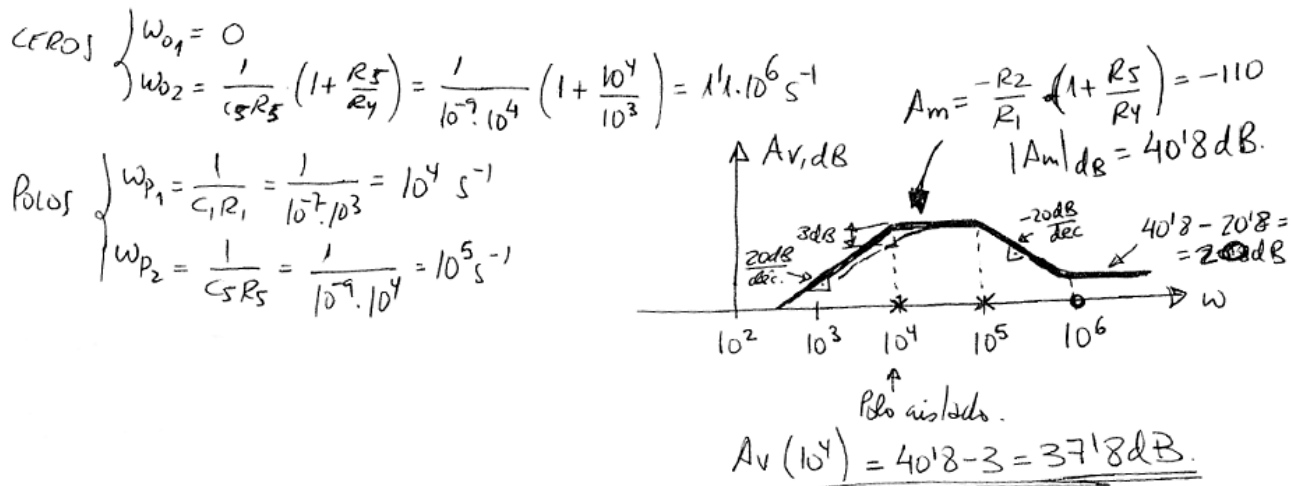
Obténase la ganancia de tensión $A_v(j\omega) = V_o/V_i$. Indíquese el valor de los polos y ceros en función de los valores de los componentes pasivos.



$$\begin{aligned}
 \frac{V_o}{V_i} &= \frac{-R_2}{Z_1} \cdot \left(1 + \frac{Z_5}{R_4} \right) = \\
 &= \frac{-R_2}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} \left(1 + \frac{R_5}{R_4} \cdot \frac{1}{1+j\omega C_5 R_5} \right) = \\
 &= \frac{-R_2 j\omega C_1}{1+j\omega C_1 R_1} \cdot \frac{1 + \frac{R_5}{R_4} + j\omega C_5 R_5}{1+j\omega C_5 R_5} = \frac{-R_2 C_1 (1+R_5/R_4) \cdot j\omega (1+j\omega/\frac{1}{C_5 R_5} (1+\frac{R_5}{R_4}))}{(1+j\omega/\frac{1}{C_1 R_1}) (1+j\omega/\frac{1}{C_5 R_5})}
 \end{aligned}$$

$Z_5 = R_5 \parallel \frac{1}{j\omega C_5} = \frac{R_5}{1+j\omega C_5 R_5}$
 CEROS: En 0 y $\frac{1}{C_5 R_5} (1 + \frac{R_5}{R_4})$ POLOS: En $\frac{1}{C_1 R_1}$ y $\frac{1}{C_5 R_5}$

(b-a).-

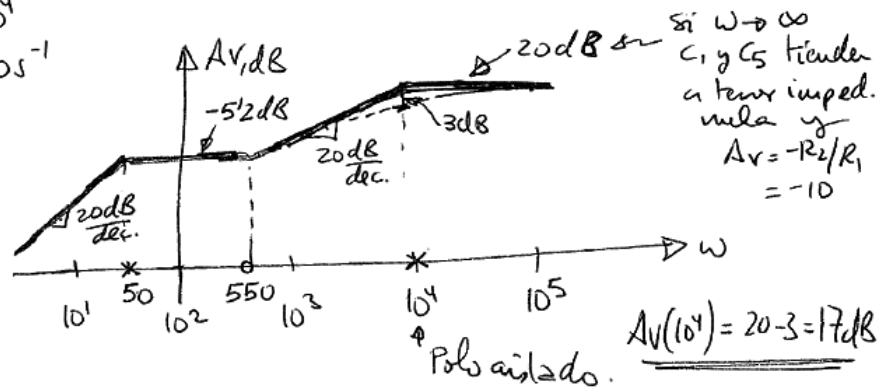


(b-b).-

sólo cambian:

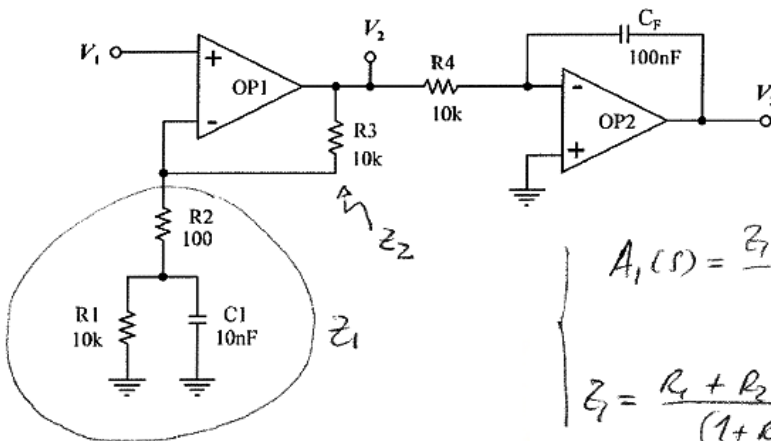
$$\omega_{02} = \frac{1}{C_5 R_5} \cdot \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) = \frac{11}{2 \cdot 10^6 \cdot 10^4} = 550 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_5 R_5} = \frac{1}{2 \cdot 10^6 \cdot 10^4} = 50 \text{ s}^{-1}$$



RF-11.-

(a).-



$$A_1(s) = \frac{Z_2 + Z_1}{Z_1} \quad \left\{ \begin{array}{l} Z_2 = R_3 \\ Z_1 = (R_1 \parallel C_1) + R_2 = \frac{R_1}{1 + R_1 C_1 s} + R_2 \end{array} \right.$$

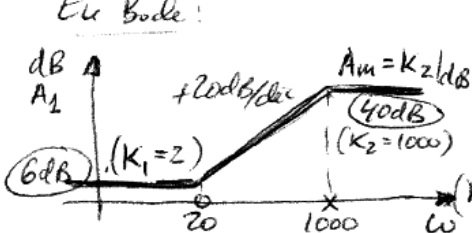
$$Z_1 = \frac{R_1 + R_2(1 + R_1 C_1 s)}{(1 + R_1 C_1 s)}$$

$$\text{Sustituyendo en: } A_T(s) = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_1 R_2 C_1 s + R_1 R_3 C_1 s}{R_1 + R_2 + R_1 R_2 C_1 s} = \frac{R_T + R_1(R_2 + R_3)C_1 s}{R_1 + R_2 + R_1 R_2 C_1 s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_1(s) = \frac{(R_1 + R_2 + R_3)}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + R_1(R_2 + R_3)C_1 s / R_T}{1 + R_1 R_2 C_1 s / (R_1 + R_2)} = K_1 \frac{1 + \beta_2 s}{1 + \beta_1 s}; \text{ con } K_1 \approx \frac{20 \text{ k}}{10 \text{ k}} = 2$$

(*) VER ABASTO.

En Bode:



$$\beta_2 = (R_1 \parallel (R_2 + R_3)) \cdot C_1 \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\beta_2} = 20 \text{ krad/s}$$

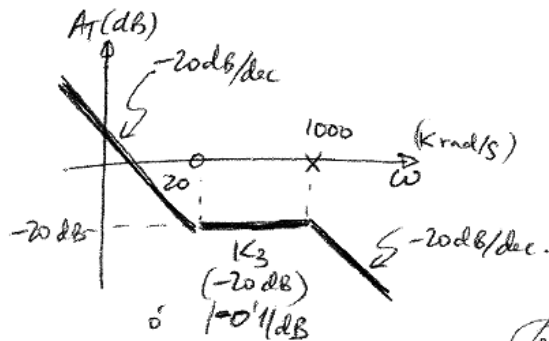
$$\beta_1 = (R_1 \parallel R_2) C_1 \rightarrow \omega_p = \frac{1}{\beta_1} = 10^3 \text{ krad/s} = 10^6 \text{ rad/s}$$

$$\text{Comprobación: } \left\{ \begin{array}{l} s \rightarrow \infty, C_1 \text{ cortocircuito} \Rightarrow A_1 = K_2 \approx 1000 \\ s \rightarrow 0, C_1 \text{ abierto} \Rightarrow A_1 = K_1 \approx 2 \end{array} \right.$$

(b).-

OP2 es un integrador. En Laplace: $A_2(s) = \left(-\frac{Z_2}{s}\right) = -\frac{1}{R_4 C_F s} = -\frac{10^{-3}}{s}$ (polo en el origen)

Se tiene que: $A_T(s) = A_1(s) \cdot A_2(s) = -K_1 \frac{1+B_2 s}{1+B_1 s} \cdot \frac{10^{-3}}{s}$



$$K_3 = A_T \Big|_{20 < \omega < 1000} \approx -K_1 \cdot \frac{B_2 s}{1} \cdot \frac{10^{-3}}{s} =$$

$$= -2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^3 = -0.1 \Rightarrow \boxed{-20 \text{ dB}}$$

NOTA

$$A_1(s) = K_1 \frac{1+B_2 s}{1+B_1 s} = A_M \frac{\omega_0 + s}{\omega_p + s} \Rightarrow A_M = \frac{R_2 + R_3}{R_2} = 1000$$

RF-12.-

(a).-

$\frac{V_s}{V_b}$: Superposición de inversor (V_b) y no inversor $V_b \cdot \frac{R_4}{R_3+R_4}$

$$A_{sf}: V_s = -\frac{R_1}{R_2} V_b + \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \left(\frac{R_4}{R_3+R_4}\right) = \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{R_2 (R_3+R_4)}$$

$$\frac{V_a}{V_e} = 1 + \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = 1 + \frac{j\omega CR}{1+j\omega CR} = \frac{1+j\omega 2CR}{1+j\omega CR}$$

no inversor

(b).-

$$i = i_{R_2} + i_{R_3} = \frac{V_b - \alpha V_b}{R_2} + \frac{V_b}{R_3+R_4} = V_b \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3+R_4} - \frac{\alpha}{R_2} \right)$$

$$\text{Como } Z_e = \frac{V_b}{i} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3+R_4} - \frac{\alpha}{R_2}} = \frac{R_2 (R_3+R_4)}{R_2 + R_3 - \alpha R_2}$$

- otra forma -

$$Z_e = \frac{V_b}{i} = \frac{(R_3+R_4) i_{R_3}}{i_{R_2} + i_{R_3}} = \frac{(R_3+R_4) i_{R_2}}{i_{R_3} + i_{R_3} \frac{R_3}{R_2}} = \frac{R_2 (R_3+R_4)}{R_2 + R_3}$$

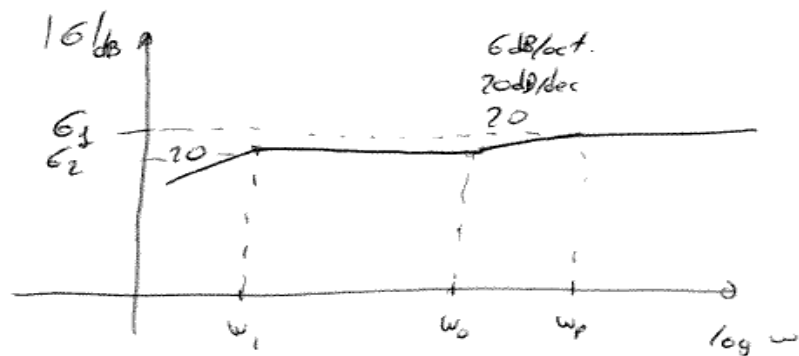
(c).-

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{V_s}{V_b} \cdot \frac{V_b}{V_a} \cdot \frac{V_a}{V_e} = K \cdot \frac{V_b}{V_a} \cdot \frac{1 + j\omega 2CR}{1 + j\omega CR}$$

$$\frac{V_b}{V_a} = \frac{R_e}{R_e + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega CR_e}{1 + j\omega CR_e} = \frac{j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_1} \quad \omega_1 = \frac{1}{CR_e}$$

$$\frac{1 + j\omega 2CR}{1 + j\omega CR} = \frac{1 + j\omega/\omega_0}{1 + j\omega/\omega_p} \quad \begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{2CR} \\ \omega_p = \frac{1}{CR} \end{cases} \quad \omega_p > \omega_0$$

$$\text{Como } R_e \gg R \Rightarrow \omega_1 \ll \omega_0 < \omega_p$$



$$\omega \rightarrow \infty : \frac{V_a}{V_e} \rightarrow 2 \Rightarrow \frac{V_a}{V_e} = 2K = G_1$$

$$\omega \rightarrow 0 : \frac{V_a}{V_e} \rightarrow 1 \Rightarrow \frac{V_a}{V_e} = K = G_2$$